Приложение 7 ОП ВО

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»

ОМСКИЙ ФИЛИАЛ

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 00FAFE158BB5C27E837F7CD02262122B3C
Владелец: Бахта Андрей Сергеевич
Действителен: с 20.04.2023 до 13.07.2024

УТВЕРЖДЕНА
решением Педагогического совета
(в составе ОП ВО),
протокол от 27.02.2023 г. № 8

ОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ПРОГРАММА ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

ФИНАНСЫ И КРЕДИТ

(наименование образовательной программы)

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
реализуемой без применения электронного (онлайн) курса

Б1.О.03 Алгебра

(индекс, наименование дисциплины (модуля), в соответствии с учебным планом)

Высшее, бакалавриат

(уровень образования)

38.03.01 Экономика

(код, наименование направления подготовки (специальности)

Бакалавр

(квалификация)

Очная, очно-заочная, заочная

(форма(ы) обучения)

Год набора: 2023

Омск, 2023 г.

Авторы-составители:
доцент кафедры экономики и управления Адельшин А.В., к.ф.-м.н., доцент

Заведующий кафедрой экономики и управления
Стаурский С.С., к.э.н., доцент

Начальник учебного отдела
Е.В. Малахова

Рабочая программа дисциплины «Алгебра» рассмотрена и одобрена на заседании кафедры экономики и управления, протокол от «31» января 2023 г. № 5.

СОДЕРЖАНИЕ

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения программы 4
2. Объем и место дисциплины в структуре ОП ВО 4
3. Содержание и структура дисциплины 5
4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся и фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине 7
5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины 18
6. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", включая перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине 19
6.1. Основная литература 19
6.2. Дополнительная литература 19
6.3. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы 19
6.4. Нормативные правовые документы 20
6.5. Интернет-ресурсы 20
6.6. Иные источники 20
7. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы 20

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения программы

1.1. Дисциплина Б1.О.03 Алгебра обеспечивает овладение следующими компетенциями:

Код компетенции	Наименование компетенции	Код этапа освоения компетенции	Наименование этапа освоения компетенции
ПКо ОС II - 2	Способен использовать алгебраические методы для решения прикладных задач	ПКо ОС II – 2.1	Демонстрирует парадигму мышления в рамках национальной экономики, базирующейся на моделях линейной алгебры

1.2. В результате освоения дисциплины у студентов должны быть сформированы:

Код компонента компетенции	Результаты обучения (дескрипторы)
ПКо ОС II – 2.1.1	**на уровне знаний:** основные линейные алгебраические конструкции;
	на уровне умений: умеет применять методы линейной алгебры для решения прикладных задач и решать задачи линейного программирования;
	на уровне навыков: работа с системами линейных уравнений, матрицами, линейными отображениями, применения методов линейной алгебры в исследовательской деятельности.

2. Объем и место дисциплины в структуре ОП ВО

Объем дисциплины

Дисциплина Б1.О.03 Алгебра составляет 5 зачетных единиц, т.е. 180 академических часов(135 астрономических часов).

На контактную работу с преподавателем выделено 66 академических часов (49,5 астрономических часов), из них 32 академических часа (24 астрономических часа) лекций и 32 академических часа (24 астрономических часа) практических занятий, 2 академических часа (1,5 астрономических часа) выделено на консультацию по промежуточной аттестации; на самостоятельную работу обучающихся выделено 78 академических часов (58,5 астрономических часов) для очной ф/о.

На контактную работу с преподавателем выделено 34 академических часа (25,5 астрономических часов), из них 16 академических часов (12 астрономических часов) лекций и 16 академических часов (12 астрономических часов) практических занятий, 2 академических часа (1,5 астрономических часа) выделено на консультацию по промежуточной аттестации; на самостоятельную работу обучающихся выделено 110 академических часов (82,5 астрономических часа) для очно-заочной ф/о.

На контактную работу с преподавателем выделено 22 академических часа (16,5 астр. часов), из них 8 ак. часов (6 астр. часов) лекций и 12 ак. часов (9 астр. часов) практических занятий, 2 ак. часа (1,5 астр. часа) выделено на консультацию по промежуточной аттестации; на самостоятельную работу обучающихся выделено 149 ак.

часов (111,75 астр. час.) для заочной ф/о.

Место дисциплины в структуре ОП ВО

Дисциплина Б1.О.03 Алгебра изучается на 1 курсе, в 1 семестре для студентов очной, очно-заочной и заочной ф/о.

Дисциплина Б1.О.03 Алгебра реализуется параллельно или после изучения дисциплины Б1.О.02 Математический анализ.

Форма промежуточной аттестации в соответствии с учебным планом – экзамен (в письменной форме).

3. Содержание и структура дисциплины

Очная форма обучения

№ п/п	Наименование тем (разделов)	Объем дисциплины, час.						Форма текущего контроля успеваемости**, промежуточной аттестации***
		Всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий				СРС	
			Л	ЛР	ПЗ	КСР		
Тема 1.	Векторы и операции над ними.	16	4		4		8	*К,Кол*
Тема 2.	Матрицы и операции над ними.	14	2		2		10	*К,Кол*
Тема 3.	Определители и их свойства.	18	4		4		10	*К,Кол*
Тема 4.	Решение систем линейных уравнений.	18	4		4		10	*К,Кол*
Тема 5.	Линейные преобразования.	26	8		8		10	*К,Кол*
Тема 6.	Евклидовы пространства.	14	2		2		10	*К,Кол*
Тема 7.	Квадратичные формы.	18	4		4		10	*К,Кол*
Тема 8.	Элементы линейного программирования.	18	4		4		10	*К,Кол*
Консультации на промежуточную аттестацию		2						
Промежуточная аттестация		36						*Экз*
Всего по курсу		**180**	**32**		**32**		**78**	

** – *формы текущего контроля успеваемости: контрольная работа (К), коллоквиум (Кол).*

*** - *формы промежуточной аттестации: экзамен (Экз).*

Очно-заочная форма обучения

№ п/п	Наименование тем (разделов)	Объем дисциплины, час.						Форма текущего контроля успеваемости**, промежуточной аттестации***
		Всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий				СРС	
			Л	ЛР	ПЗ	КСР		
Тема 1	Векторы и операции над ними.	**16**	2		2		12	*К,Кол*
Тема 2	Матрицы и операции над ними.	**18**	2		2		14	*К,Кол*
Тема 3	Определители и их свойства.	**18**	2		2		14	*К,Кол*
Тема 4	Решение систем линейных уравнений.	**18**	2		2		14	*К,Кол*
Тема 5	Линейные преобразования.	**18**	2		2		14	*К,Кол*
Тема 6	Евклидовы пространства.	**18**	2		2		14	*К,Кол*
Тема 7	Квадратичные формы.	**18**	2		2		14	*К,Кол*

№ п/п	Наименование тем (разделов)	Объем дисциплины, час.						Форма текущего контроля успеваемости**, промежуточной аттестации***
		Всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий				СРС	
			Л	ЛР	ПЗ	КСР		
Тема 8	Элементы линейного программирования.	**18**	2		2		14	*К,Кол*
Консультации на промежуточную аттестацию		**2**						
Промежуточная аттестация		**36**						*ЭКЗ*
Всего по курсу		**180**	**16**		**16**		**110**	

** – *формы текущего контроля успеваемости: контрольная работа (К), коллоквиум (Кол).*

*** - *формы промежуточной аттестации: экзамен (Экз).*

Заочная форма обучения

№ п/п	Наименование тем (разделов)	Объем дисциплины, час.						Форма текущего контроля успеваемости**, промежуточной аттестации***
		Всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий				СРС	
			Л	ЛР	ПЗ	КСР		
Тема 1	Векторы и операции над ними.	**21**	1		2		18	*К,Кол*
Тема 2	Матрицы и операции над ними.	**21**	1		2		18	*К,Кол*
Тема 3	Определители и их свойства.	**21**	1		1		19	*К,Кол*
Тема 4	Решение систем линейных уравнений.	**21**	1		2		18	*К,Кол*
Тема 5	Линейные преобразования.	**21**	1		1		19	*К,Кол*
Тема 6	Евклидовы пространства.	**21**	1		1		19	*К,Кол*
Тема 7	Квадратичные формы.	**21**	1		1		19	*К,Кол*
Тема 8	Элементы линейного программирования.	**22**	1		2		19	*К,Кол*
Консультации на промежуточную аттестацию		**2**						
Промежуточная аттестация		**9**						*ЭКЗ*
Всего по курсу		**180**	**8**		**12**		**149**	

** – *формы текущего контроля успеваемости: контрольная работа (К), коллоквиум (Кол).*

*** - *формы промежуточной аттестации: экзамен (Экз).*

Содержание дисциплины

Тема 1. Векторы и операции над ними.

Двумерное, трёхмерное, многомерное пространство. Линейные операции над векторами. Коллинеарные и компланарные векторы. Скалярное произведение. Векторное произведение.

Тема 2. Матрицы и операции над ними.

Сложение и умножение матриц. Матричная запись системы линейных уравнений.

Тема 3. Определители и их свойства.

Вычисление определителей. Существование обратной матрицы и её вычисление.

Тема 4. Решение систем линейных уравнений.

Правило Крамера, метод Гаусса. Условие разрешимости системы линейных уравнений.

Тема 5. Линейные преобразования.

Собственные числа, собственные векторы. Преобразования координат. Диагонализация.

Тема 6. Евклидовы пространства.

Ортогональные векторы. Ортогонализация. Ортогональные преобразования.

Тема 7. Квадратичные формы.

Положительно-определённые формы, отрицательно-определённые формы. Критерий Сильвестра.

Тема 8. Элементы линейного программирования.

Задачи линейного программирования. Симплекс-метод.

4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся и фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине

4.1. Текущий контроль успеваемости

4.1.1. Формы текущего контроля успеваемости

Тема (раздел)	Методы текущего контроля успеваемости
Тема 1. Векторы и операции над ними.	Контрольная работа №1 Коллоквиум №1
Тема 2. Матрицы и операции над ними.	Контрольная работа №1 Коллоквиум №1
Тема 3. Определители и их свойства.	Контрольная работа №1 Коллоквиум №1
Тема 4. Решение систем линейных уравнений.	Контрольная работа №1 Коллоквиум№1
Тема 5. Линейные преобразования.	Контрольная работа №2 Коллоквиум №2
Тема 6. Евклидовы пространства.	Контрольная работа №2 Коллоквиум №2
Тема 7. Квадратичные формы.	Контрольная работа №2 Коллоквиум №2
Тема 8. Элементы линейного программирования	Коллоквиум №2

4.1.2. Материалы текущего контроля успеваемости

<u>Типовые оценочные материалы по теме 1 «Векторы и операции над ними»</u>

Вариант заданий контрольной работы №1

1. Выяснить, являются ли векторы $\vec{a}(3,6)$ и $\vec{b}(-1,2)$ коллинеарными.

2. Найти скалярное произведение $\vec{a}\cdot\vec{b}$, если $\left|\vec{a}\right|=4$, $\left|\vec{b}\right|=8$, $\varphi=135^{\circ}$.

3. Найти скалярное произведение $\vec{a}\cdot\vec{b}$ и угол между векторами $\vec{a}(1,2,3)$ и $\vec{b}(-1,0,1)$.

4. Найти значение коэффициента k, при котором векторы $\vec{a}=2\vec{p}-\vec{q}$ и $\vec{b}=5\vec{p}+k\vec{q}$ ортогональны, если векторы $\vec{p}$ и $\vec{q}$ не коллинеарные.

5. Найти векторное произведение $\vec{a}\times\vec{b}$ и синус угла между векторами $\vec{a}(-2,1,4)$ и

$\vec{b}(3,0,-1)$.

6. Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a} = 3\vec{p} - \vec{q}$ и $\vec{b} = 2\vec{p} + 6\vec{q}$, где $\vec{p}$ и $\vec{q}$ - векторы длины 2, угол между которыми равен 60°.

7. Даны векторы $\vec{a}(3,2,2)$, $\vec{b}(4,-1,5)$ и $\vec{c}(0,-7,5)$. Найти смешанное произведение $\left(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\right)$.

12. При каком значении λ векторы $\vec{a}(0,\lambda,2)$, $\vec{b}(1,2\lambda,0)$ и $\vec{c}(3,4,1)$ компланарные.

Вопросы к коллоквиуму №1

1. Линейные операции над векторами.
2. Коллинеарные и компланарные векторы.
3. Скалярное произведение.
4. Векторное произведение.

Типовые оценочные материалы по теме 2 «Матрицы и определители»

Варианты заданий контрольной работы №1

1. Найти матрицу D= $A \cdot B \cdot C - 2 \cdot B$, если $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 1 & 2 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$.

Вопросы к коллоквиуму №1

1. Определение матрицы. Элементы матрицы. Значение индексов элементов. Размерность матрицы.
2. Матрица – строка. Матрица – столбец. Одноэлементная матрица.
3. Квадратная матрица. Главная диагональ. Побочная диагональ.
4. Диагональная матрица. Единичная матрица. Нуль – матрица.
5. Равные матрицы. Транспонированная матрица. Симметрическая матрица.
6. Сумма матриц. Разность матриц. Условие существования суммы и разности матриц.
7. Свойства операции сложения матриц.
8. Произведение матрицы на число. Свойства операции умножения матрицы на число.
9. Произведение матриц. Условие существования произведения матриц.
10. Возведение матрицы в степень.

Типовые оценочные материалы по теме 3 «Определители и их свойства»

Варианты заданий контрольной работы №1

1. Пользуясь свойствами определителей и теоремой Лапласа вычислить определитель матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -4 \\ 2 & -3 & 7 & 10 \\ 3 & 5 & -8 & 0 \\ 1 & 4 & 5 & 3 \end{pmatrix}$.

2. Найти ранг матрицы $B = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 4 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

3. Найти матрицу, обратную для матрицы $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 5 \\ 7 & -1 & 4 \\ 9 & -8 & -6 \end{pmatrix}$.

Вопросы к коллоквиуму №1

1. Понятие определителя и обозначения. Определитель первого порядка. Определитель второго порядка.
2. Определитель третьего порядка (формула). Правило треугольников.
3. Минор. Алгебраическое дополнение.
4. Теорема Лапласа. Вид определителя, для которого вычисления по теореме Лапласа упрощаются.
5. Свойства определителей (семь свойств).
6. Невырожденная матрица. Обратная матрица. Соотношение, которое выполняется для обратной матрицы.
7. Нахождение обратной матрицы с помощью присоединенной.
8. Элементарные преобразования строк матрицы. Эквивалентные матрицы.
9. Нахождение обратной матрицы с помощью элементарных преобразований.
10. Минор k-го порядка. Определение ранга матрицы (через миноры).
11. Свойства ранга матрицы. Базисный минор.
12. Алгоритм вычисления ранга матрицы методом окаймления миноров.
13. Теорема об элементарных преобразованиях матрицы. Ступенчатая матрица. Ранг.
14. Алгоритм вычисления ранга матрицы с помощью элементарных преобразований.

Типовые оценочные материалы по теме 4 «Решение систем линейных уравнений»

Вариант заданий контрольной работы №1

1. Решить систему линейных уравнений методом обратной матрицы, выполнить проверку правильности решения: $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 1 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 1 \\ 5x_1 + x_3 = -1 \end{cases}$.

2. Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера, выполнить проверку правильности решения: $\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 + x_3 = 3 \\ 3x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 1 \\ 5x_1 + x_2 - x_3 = -2 \end{cases}$.

3. Методом Гаусса найти общее решение и одно частное решение системы линейных уравнений, выполнить проверку правильности полученного частного решения: $\begin{cases} x_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 4 \\ 2x_1 + 2x_2 + 4x_3 - x_4 = 6 \\ 3x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 2x_4 = 6 \end{cases}$.

Вопросы к коллоквиуму №1

1. Линейное уравнение. Понятие системы m линейных уравнений с n

неизвестными.

2. Решение системы линейных уравнений. Совместные и несовместные системы линейных уравнений.

3. Определенные и неопределенные системы линейных уравнений. Частное и общее решение.

4. Равносильные системы линейных уравнений. Элементарные преобразования систем линейных уравнений. Тривиальные и противоречивые уравнения.

5. Системы n линейных уравнений с n неизвестными.

6. Матричный способ решения систем n линейных уравнений с n неизвестными.

7. Главный и вспомогательные определители системы. Правило Крамера решения систем n линейных уравнений с n неизвестными.

8. Особые случаи при решении систем линейных уравнений по формулам Крамера.

9. Понятие систем m линейных уравнений с n неизвестными.

10. Теорема Кронекера-Капелли.

11. Алгоритм метода Гаусса.

12. Представление процесса производства за определенный период (таблица с пояснением).

13. Соотношения баланса. Натуральный и стоимостный межотраслевые балансы.

14. Гипотеза линейности Лентьева. Коэффициент прямых затрат.

15. Вектор валового выпуска. Вектор конечного потребления. Матрица прямых затрат.

16. Уравнение линейного межотраслевого баланса.

17. Матрица полных затрат. Продуктивная матрица.

18. Критерии продуктивности. Чистая продукция.

Типовые оценочные материалы по теме 5 «Линейные преобразования»

Вариант заданий контрольной работы №2

1. В пространстве L действует линейный оператор φ, заданный в базисе $B=\{e_1,e_2,e_3\}$ матрицей $A_\varphi=\begin{pmatrix}1 & -1 & 1\\ 2 & 1 & -1\\ 3 & -1 & 1\end{pmatrix}$. Найти координаты: образа вектора $x=(1,4,1)_B$; прообраза вектора $y=(1,2,3)_B$.

2. Найти матрицу A'_φ линейного оператора φ в базисе $B'=\{e'_1,e'_2\}$, заданного матрицей A_φ в базисе $B=\{e_1,e_2\}$: $A_\varphi=\begin{pmatrix}2 & 4\\ -3 & 3\end{pmatrix}$, $e'_1=-2e_1+e_2$, $e'_2=2e_1-3e_2$.

3. Пусть оператор φ в базисе $B=\{e_1,e_2\}$ имеет матрицу $A_\varphi=\begin{pmatrix}3 & 5\\ 4 & 3\end{pmatrix}$, а оператор ψ в базисе $B'=\{e'_1,e'_2\}$, где $e'_1=-7e_1+5e_2$, $e'_2=-8e_1+6e_2$ имеет матрицу $A'_\psi=\begin{pmatrix}4 & 6\\ 6 & 9\end{pmatrix}$. Найти матрицы операторов $\varphi+\psi$ и $\varphi\cdot\psi$ в базисе $B'=\{e'_1,e'_2\}$.

4. Найти собственные значения и собственные векторы оператора φ, заданного

матрицей $A_\varphi = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Вопросы к коллоквиуму №2

1. Оператор, образ, прообраз.
2. Линейный оператор.
3. Матрица линейного оператора.
4. Связь между образом и прообразом.
5. Связь между матрицами линейного оператора в различных базисах.
6. Равные операторы. Действия над операторами.
7. Собственный вектор и собственное значение линейного оператора.
8. Свойства собственных векторов и собственных значений линейного оператора.
9. Характеристический многочлен и характеристическое уравнение линейного оператора.
10. Алгоритм нахождения собственных векторов и собственных значений.
11. Спектр линейного оператора. Оператор с простым спектром.
12. Определение квадратичной формы. Матрица квадратичной формы.
13. Простая модель обмена. Матрица обмена.
14. Модель международной торговли. Структурная матрица торговли.

Типовые оценочные материалы по теме 6 «Евклидовы пространства»

Вариант заданий контрольной работы №2

1. Нормировать вектор x, заданный в ортонормированном базисе соответствующего евклидова пространства: $x = 4e_1 - 2e_2 + 2e_3 - e_4$.

2. Определить угол между векторами $x = \sqrt{7}e_1 + \sqrt{5}e_2 + \sqrt{3}e_3 + e_4$ и $y = \sqrt{7}e_1 + \sqrt{5}e_2 + e_3 - e_4$, заданными в ортонормированном базисе.

3. Проверить, что векторы $x = (3,1,2)$ и $y = (-1,1,1)$ ортогональны, и дополнить их до ортогонального базиса пространства E^3.

Вопросы к коллоквиуму №2

1. Скалярное произведение векторов.
2. Евклидово пространство. n-мерное арифметическое евклидово пространство.
3. Длина вектора и ее свойства.
4. Угол между векторами.
5. Ортогональные векторы и их свойства.
6. Ортогональный базис. Ортонормированный базис.
7. Процесс ортогонализации.

Типовые оценочные материалы по теме 7 «Квадратичные формы»

Вариант заданий контрольной работы №2

1. Привести квадратичную форму $f(x_1, x_2, x_3) = -16x_1x_2 + 8x_1x_3 - 8x_2x_3$ к каноническому виду методом Лагранжа.

2. Привести квадратичную форму $f(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^2 + x_2^2 - 4x_1x_2 - 4x_2x_3$ к каноническому виду ортогональным преобразованием.

3. Исследовать квадратичную форму $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 4x_2^2 + 3x_3^2 + 2x_1x_2$ на знакопределенность.

4. При каких значениях параметра a данная квадратичная форма $f(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^2 + 3x_2^2 + 2ax_1x_2 + 2x_1x_3 - 4x_2x_3$ является знакоопределенной.

Вопросы к коллоквиуму №2

1. Определение квадратичной формы. Матрица квадратичной формы.
2. Линейное преобразование переменных.
3. Эквивалентные квадратичные формы.
4. Канонический вид квадратичной формы.
5. Метод Лагранжа.
6. Метод ортогональных преобразований.
7. Закон инерции квадратичных форм.
8. Классификация квадратичных форм.
9. Критерий Сильвестра.

Типовые оценочные материалы по теме 8 «Элементы линейного программирования»

Вопросы к коллоквиуму №2

1. Задачи линейного программирования.
2. Симплекс-метод.

Методические материалы, позволяющие оценивать знания и умения учащихся

Процедура проведения, критерии и шкала оценивания коллоквиума

Коллоквиум проводится на практических занятиях в форме индивидуальной беседы преподавателя с каждым обучающимся.

Преподаватель задает несколько (4-5) кратких вопросов, позволяющих выяснить степень освоения материала обучающимся.

Ответ на каждый вопрос оценивается отдельно.

Критерии оценивания	Полнота ответа на вопрос, знание терминологии; способность аргументировать свой ответ; способность раскрывать причинно-следственные связи между экономическими фактами, явлениями и процессами; способность делать выводы
Шкала оценивания	«Отлично» - вопрос раскрыт полностью, точно обозначены основные понятия и характеристики по теме. «Хорошо» - вопрос раскрыт, однако нет полного описания всех необходимых элементов. «Удовлетворительно» - вопрос раскрыт не полно, присутствуют грубые ошибки, однако есть некоторое понимание раскрываемых понятий. «Неудовлетворительно» - ответ на вопрос отсутствует или в целом не верен

По итогам ответов на каждый вопрос выставляется общий балл за коллоквиум.

Процедура проведения, критерии и шкала оценивания контрольной работы

При проведении контрольной работы обучающимся предлагается выполнить несколько практических заданий (4-5) в соответствии с пройденными темами.

Время написания контрольной работы составляет 90 мин. (по желанию обучающегося ответ может быть досрочным).

Критерии оценивания	Каждое задание контрольной работы оценивается определенным количеством баллов (в соответствии с этапами выполнения задания). Оценивается: ход решения задачи, наличие ошибок в расчетах, наличие верного ответа. Баллы, полученные студентом за решение каждого задания, суммируются. Общее количество возможных баллов за контрольную работу принимаются за 100%.
Шкала оценивания	«Отлично»: - 86%-100% правильных ответов и решений. «Хорошо»: - 71%-84% правильных ответов и решений. «Удовлетворительно»: - 51%-70% правильных ответов и решений. «Неудовлетворительно»: - менее 50% правильных ответов и решений.

4.2. Промежуточная аттестация

4.2.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы. Показатели и критерии оценивания компетенций с учетом этапа их формирования

Код компетенции	**Наименование компетенции**	**Код этапа освоения компетенции**	**Наименование этапа освоения компетенции**
ПКо ОС II - 2	Способен использовать алгебраические методы для решения прикладных задач	ПКо ОС II – 2.1	Демонстрирует парадигму мышления в рамках национальной экономики, базирующейся на моделях линейной алгебры

Компонент компетенции	**Индикатор оценивания**	**Критерий оценивания**
ПКо ОС II – 2.1.1 Вычисляет определители, решает системы линейных алгебраических уравнений различными методами, выполняет различные операции над матрицами, включая вычисление обратной матрицы, и находит их ранги, вычисляет собственные значения и собственные вектора матриц	Способен вычислять определители, решать системы линейных алгебраических уравнений различными методами, выполнять различные операции над матрицами, включая вычисление обратной матрицы, и находить их ранги, вычислять собственные значения и собственные вектора матриц	Выбирает инструменты линейной алгебры, формализует экономические ситуации посредством их преобразования в алгебраические модели через системы линейных уравнений, матрицы и иные элементы

4.2.2. Форма и средства (методы) проведения промежуточной аттестации

Формой промежуточного контроля после изучения дисциплины является экзамен, проводится он в письменной форме.

Ответственным этапом учебного процесса является промежуточная аттестация. Бесспорным фактором успешного завершения очередного семестра является кропотливая, систематическая работа студента в течение всего семестра. В этом случае подготовка к промежуточной аттестации будет являться концентрированной систематизацией всех полученных знаний по данной дисциплине.

В начале семестра рекомендуется по всем изучаемым предметам получить вопросы к промежуточной аттестации, а также использовать в процессе обучения программу, другие методические материалы, разработанные по данной дисциплине.

При подготовке к промежуточной аттестации конструктивным является коллективное обсуждение выносимых на экзамен вопросов с сокурсниками, что позволяет повысить степень систематизации и углубления знаний.

Перед последним семинаром по предмету следует составить список вопросов, требующих дополнительного разъяснения преподавателем на консультации перед промежуточной аттестацией.

4.2.3. Типовые оценочные средства

Список вопросов для подготовки к экзамену

1. Определение матрицы. Элементы матрицы. Значение индексов элементов. Размерность матрицы.
2. Матрица – строка. Матрица – столбец. Одноэлементная матрица.
3. Квадратная матрица. Главная диагональ. Побочная диагональ.
4. Диагональная матрица. Единичная матрица. Нуль – матрица.
5. Равные матрицы. Транспонированная матрица. Симметрическая матрица.
6. Сумма матриц. Разность матриц. Условие существования суммы и разности матриц.
7. Свойства операции сложения матриц.
8. Произведение матрицы на число. Свойства операции умножения матрицы на число.
9. Произведение матриц. Условие существования произведения матриц.
10. Возведение матрицы в степень.
11. Понятие определителя и обозначения. Определитель первого порядка. Определитель второго порядка.
12. Определитель третьего порядка (формула). Правило треугольников.
13. Минор. Алгебраическое дополнение.
14. Теорема Лапласа. Вид определителя, для которого вычисления по теореме Лапласа упрощаются.
15. Свойства определителей (семь свойств).
16. Невырожденная матрица. Обратная матрица. Соотношение, которое выполняется для обратной матрицы.
17. Нахождение обратной матрицы с помощью присоединенной.
18. Элементарные преобразования строк матрицы. Эквивалентные матрицы.
19. Нахождение обратной матрицы с помощью элементарных преобразований.
20. Минор k-го порядка. Определение ранга матрицы (через миноры).
21. Свойства ранга матрицы. Базисный минор.
22. Алгоритм вычисления ранга матрицы методом окаймления миноров.
23. Теорема об элементарных преобразованиях матрицы. Ступенчатая матрица. Ранг.

24. Алгоритм вычисления ранга матрицы с помощью элементарных преобразований.

25. Линейное уравнение. Понятие системы m линейных уравнений с n неизвестными.

26. Решение системы линейных уравнений. Совместные и несовместные системы линейных уравнений.

27. Определенные и неопределенные системы линейных уравнений. Частное и общее решение.

28. Равносильные системы линейных уравнений. Элементарные преобразования систем линейных уравнений. Тривиальные и противоречивые уравнения.

29. Системы n линейных уравнений с n неизвестными.

30. Матричный способ решения систем n линейных уравнений с n неизвестными.

31. Главный и вспомогательные определители системы. Правило Крамера решения систем n линейных уравнений с n неизвестными.

32. Особые случаи при решении систем линейных уравнений по формулам Крамера.

33. Понятие систем *m* линейных уравнений с *n* неизвестными.

34. Теорема Кронекера-Капелли.

35. Алгоритм метода Гаусса.

36. Представление процесса производства за определенный период (таблица с пояснением).

37. Соотношения баланса. Натуральный и стоимостный межотраслевые балансы.

38. Гипотеза линейности Леонтьева. Коэффициент прямых затрат.

39. Вектор валового выпуска. Вектор конечного потребления. Матрица прямых затрат.

40. Уравнение линейного межотраслевого баланса.

41. Матрица полных затрат. Продуктивная матрица.

42. Критерии продуктивности. Чистая продукция.

44. Линейные операции над векторами.

45. Скалярное произведение векторов.

46. Векторное произведение векторов.

47. Смешанное произведение векторов.

48. Определение линейного пространства. Аксиомы линейного пространства.

49. n-мерный арифметический вектор. Сумма, произведение арифметических векторов.

50. n-мерное арифметическое векторное пространство.

51. Система, подсистема и линейная комбинация векторов.

52. Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов.

53. Базис и ранг системы векторов.

54. Базис и размерность линейного пространства.

55. Преобразование координат вектора при переходе от базиса к базису. Матрица перехода.

56. Скалярное произведение векторов.

57. Евклидово пространство. n-мерное арифметическое евклидово пространство.

58. Длина вектора и ее свойства.

59. Угол между векторами.

60. Ортогональные векторы и их свойства.

61. Ортогональный базис. Ортонормированный базис.
62. Системы линейных однородных уравнений. Тривиальное решение.
63. Существование различного числа решений однородной системы линейных уравнений.
64. Фундаментальная система решений (понятие, две теоремы).
65. Алгоритм построения фундаментальной системы решений.
66. Связь между однородными и соответствующими неоднородными системами линейных уравнений.
67. Оператор, образ, прообраз.
68. Линейный оператор.
69. Матрица линейного оператора.
70. Связь между образом и прообразом.
71. Связь между матрицами линейного оператора в различных базисах.
72. Равные операторы. Действия над операторами.
73. Собственный вектор и собственное значение линейного оператора.
74. Свойства собственных векторов и собственных значений линейного оператора.
75. Характеристический многочлен и характеристическое уравнение линейного оператора.
76. Алгоритм нахождения собственных векторов и собственных значений.
77. Спектр линейного оператора. Оператор с простым спектром.
78. Определение квадратичной формы. Матрица квадратичной формы.
79. Линейное преобразование переменных.
80. Эквивалентные квадратичные формы.
81. Канонический вид квадратичной формы.
82. Метод Лагранжа.
83. Закон инерции квадратичных форм.
84. Классификация квадратичных форм.
85. Критерий Сильвестра.
86. Простая модель обмена. Матрица обмена.
87. Модель международной торговли. Структурная матрица торговли.

Примерные варианты экзаменационных билетов

Экзаменационный билет №1
по дисциплине «Алгебра»

1. Векторное произведение векторов.
2. Собственный вектор и собственное значение линейного оператора.
3. Пользуясь свойствами определителей и теоремой Лапласа вычислить определитель матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -4 \\ 2 & -3 & 7 & 10 \\ 3 & 5 & -8 & 0 \\ 1 & 4 & 5 & 3 \end{pmatrix}$.
4. Проверить, что векторы $x = (3,1,2)$ и $y = (-1,1,1)$ ортогональны, и дополнить их до ортогонального базиса пространства E^3.

Экзаменационный билет №2
по дисциплине «Алгебра»

1. Произведение матриц. Условие существования произведения матриц.
2. Евклидово пространство. n-мерное арифметическое евклидово пространство.
3. Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера, выполнить проверку правильности решения: $\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 + x_3 = 3 \\ 3x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 1 \\ 5x_1 + x_2 - x_3 = -2 \end{cases}$.
4. Найти векторное произведение $\vec{a} \times \vec{b}$ и синус угла между векторами $\vec{a}(4,-2,3)$ и $\vec{b}(-3,3,-6)$.

Шкала оценивания

Критерии оценивания	Оценка
Демонстрирует знание материала в полном объеме, логически правильно излагает ответы на вопросы; имеет навык правильного выбора и использования методов линейной алгебры для решения задач в сфере экономики, финансов и бизнеса, интерпретации и анализа полученных результатов	5 (отлично)
Демонстрирует знание материала в полном объеме, но незначительно нарушает последовательность изложения, дает неуверенные и недостаточно полные ответы на вопросы; правильно выбирает, методы линейной алгебры для решения задач в сфере экономики, финансов и бизнеса, интерпретации и анализа полученных результатов, но имеет небольшие затруднения при реализации методов	4 (хорошо)
Демонстрирует знание предмета, но материал излагает фрагментарно и непоследовательно, допускает ошибки в применении метода решения, задачу решает частично; имеет затруднения при выборе методов линейной алгебры для решения задач в сфере экономики, финансов и бизнеса; не имеет навыка интерпретации и анализа полученных результатов	3 (удовлетворительно)
Не демонстрирует усвоение основного содержания предмета, обнаруживает незнание большей части учебного материала, допускает грубые ошибки в определении понятий и при решении задач; не умеет проводить анализ профессиональных задач; невыработалнавыки выбора и использования методов линейной алгебры для решения задач в сфере экономики, финансов и бизнеса, интерпретации и анализа полученных результатов	2 (неудовлетворительно)

4.3. Методические материалы

Процедура проведения письменного экзамена

Аттестационные испытания проводятся преподавателем, ведущим лекционные занятия по данной дисциплине.

При проведении письменного экзамена в аудитории может одновременно находиться экзаменуемая группа в полном составе.

Экзаменационный билет выбирает сам экзаменуемый в случайном порядке.

Экзаменуемые могут пользоваться программой учебной дисциплины, а также с разрешения преподавателя калькуляторами.

При проведении экзамена экзаменуемым предлагается ответить на два теоретических вопроса и выполнить два практических задания в соответствии с пройденными темами.

Время написания экзаменационной работы составляет 90 мин. (по желанию экзаменуемого ответ может быть досрочным).

Изложение материала ведется в листе ответа, который затем (по окончании экзамена) сдается на проверку экзаменатору.

Проверка работ выполняется экзаменатором после окончания экзамена и оценки выставляются в соответствии с критериями оценивания.

В случае возникновения сомнений относительно глубины знаний экзаменуемого экзаменатор может пригласить его и задать дополнительные и уточняющие вопросы в пределах учебного материала, вынесенного на экзамен.

Оценка результатов письменного аттестационного испытания объявляется экзаменуемым в день его проведения.

5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Методические указания по выполнению контрольных работ:

Данный вид работы проверяет:

1) усвоение обучающимися полученных в ходе обучения умений и навыков;

2) способность выбрать инструментальные средства для обработки данных в соответствии с поставленной задачей;

3) умение проанализировать результаты расчетов и обосновать полученные выводы.

Примерно за 2-3 недели до проведения контрольной работы обучающемуся необходимо получить у преподавателя шаблон контрольной работы или примерный перечень практических заданий, входящих в контрольную работу, и после этого приступить к подготовке.

При подготовке к контрольной работе следует:

1) повторить теоретический материал по темам, включенным в контрольную работу;

2) просмотреть материалы практических занятий и домашних заданий;

3) попробовать решить задания из шаблона контрольной работы или примерного перечня практических заданий;

4) закрепить полученные умения и навыки, решая похожие задания из рекомендованных преподавателем учебников и учебно-методических пособий.

Если в процессе подготовки к контрольной работе возникли затруднения или требуются какие-либо уточнения и рекомендации, следует обратиться за помощью к преподавателю.

Методические указания по подготовке к коллоквиуму

Коллоквиум – это собеседование преподавателя и учащегося по заранее определенным контрольным вопросам.

Особенность коллоквиума в том, что это не просто форма контроля, а метод углубления, закрепления знаний учащихся, так как в ходе собеседования преподаватель имеет возможность разъяснить вопросы, возникающие у учащегося в процессе подготовки.

Этот вид деятельности развивает навык осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения профессиональных задач.

На самостоятельную подготовку к коллоквиуму обучающемуся отводится 2-3 недели.

При подготовке к коллоквиуму следует:

1) просмотреть конспекты лекций и практических занятий и отметить в них имеющиеся ответы на вопросы коллоквиума;

2) если конспекты содержат не все ответы или часть вопросов вынесено преподавателем на самостоятельное рассмотрение, необходимо изучить содержание учебной литературы, рекомендованной преподавателем;

3) в случае возникновения каких-либо затруднений при подготовке следует обратиться за помощью к преподавателю.

Самоподготовка к практическим занятиям

При подготовке к практическому занятию обучающемуся необходимо:

1) ознакомиться с соответствующей темой программы дисциплины;

2) осмыслить круг изучаемых вопросов и логику их рассмотрения;

3) тщательно изучить лекционный материал;

4) изучить рекомендованную литературу по данной теме;

5) ознакомиться с вопросами очередного практического занятия.

Важным аспектом самостоятельной подготовки студентов является работа с библиотечным фондом.

Эта работа предполагает различные варианты повышения профессионального уровня студентов в том числе:

а) получение книг в научном абонементе;

б) изучение книг, журналов, газет в читальном зале;

в) возможность поиска необходимого материала посредством электронного каталога;

г) получение необходимых сведений об источниках информации у сотрудников библиотеки.

6. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", включая перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

6.1. Основная литература

1. Артамонов, В. А. Линейная алгебра и аналитическая геометрия : курс лекций для экономических специальностей / В. А. Артамонов. — Москва : Дело, 2012. — 222 с. — ISBN 978-5-7749-0720-5. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: https://www.iprbookshop.ru/109906.html . — Режим доступа: для авторизир. пользователей

2. Проскуряков, И.В. Сборник задач по линейной алгебре : учебное пособие / И.В. Проскуряков. — 14-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2019. — 476 с. — ISBN 978-5-8114-4044-3. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/114701

6.2. Дополнительная литература

1. Беклемишев, Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры : учебник / Д.В. Беклемишев. — 17-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2020. — 448 с. — ISBN 978-5-8114-4748-0. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/126146

2. *Малугин, В. А.* Линейная алгебра для экономистов. Учебник, практикум и сборник задач : для бакалавриата и специалитета / В. А. Малугин, Я. А. Рощина. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 478 с. — (Бакалавр и специалист). — ISBN 978-5-534-02976-5. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/433176.

3. Высшая математика для экономистов [Электронный ресурс] : учебник для студентов вузов, обучающихся по экономическим специальностям / Н.Ш. Кремер [и др.]. — Электрон. текстовые данные. — М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2015. — 481 с. — 978-5-238-00991-9. — Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/52071.html

6.3. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы

Не предусмотрено.

6.4. Нормативные правовые документы

Не предусмотрено.

6.5. Интернет-ресурсы

Не предусмотрено.

6.6. Иные источники

1. Красс М. С., Чупрынов Б. П. Математика для экономистов, учебное пособие, М. : Питер, 2008.

2. Сборник задач по высшей математике для экономистов: учебное пособие. Под ред. П.С. Геворкяна. М.: Экономика, 2013.

3. Щипачев В.С. Курс высшей математики: учебник. М.: Оникс, 2014.

4. Сборник задач по высшей математике для экономистов: учебное пособие. Под ред. В.И. Ермакова. М.: ИНФРА-М, 2012.

5. Красс, М. С. Математика в экономике: математические методы и модели : учебник для бакалавров / М. С. Красс, Б. П. Чупрынов ; под ред. М. С. Красса. — 2-е изд., испр. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2016. — 541 с. — (Серия : Бакалавр. Академический курс). https://urait.ru/bcode/387005

6. Бурмистрова, Е. Б. Линейная алгебра : учебник и практикум для академического бакалавриата / Е. Б. Бурмистрова, С. Г. Лобанов. — М. : Издательство Юрайт, 2016. — 421 с. https://urait.ru/bcode/391098

7. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы

Для проведения занятий по дисциплине необходимо материально-техническое обеспечение учебных аудиторий в зависимости от типа занятий: семинарского и лекционного типов, практических занятий, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации: комплект специализированной учебной мебели, доска аудиторная, компьютерная техника, презентационное оборудование. Выход в Интернет и доступ в электронную информационно-образовательную среду организации.

Помещение для самостоятельной работы обучающихся. Комплект специализированной учебной мебели, компьютерная техника с возможностью подключения к сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду организации.

Базы данных, информационно-справочные и поисковые системы

1. https://urait.ru –Электронно-библиотечная система [ЭБС] Юрайт
2. http://www.iprbookshop.ru – Электронно-библиотечная система [ЭБС] «Iprbooks»
3. https://e.lanbook.com - Электронно-библиотечная система [ЭБС] «Лань»
4. https://new.znanium.com Электронно-библиотечная система [ЭБС] «Znanium.com».
5. https://ibooks.ru - Электронно-библиотечная система система [ЭБС] «Айбукс.ру/ibooks.ru»
6. https://lib.ranepa.ru/ru/informatsionnye-resursy/russkoyazychnye-resursy/58-elibrary-ru - Научная электронная библиотека Elibrary.ru
7. https://dlib.eastview.com – Информационный сервис «East View»
8. http://www.edu.ru - Федеральный образовательный портал «Российское образование»

9. https://grebennikon.ru/ - Электронная библиотека Издательского дома «Гребенников», содержит полные тексты научно-практических журналов по маркетингу, менеджменту, финансам и управлению персоналом.

10. https://lib.ranepa.ru/ru/informatsionnye-resursy/zarubezhnye-resursy/49-ebsco-publishing – информационный ресурс EBSCO, содержащий издания по экономике, бизнесу, менеджменту и др.

11. https://rusneb.ru - Национальная электронная библиотека

12. Справочно-правовая система «КонсультантПлюс».